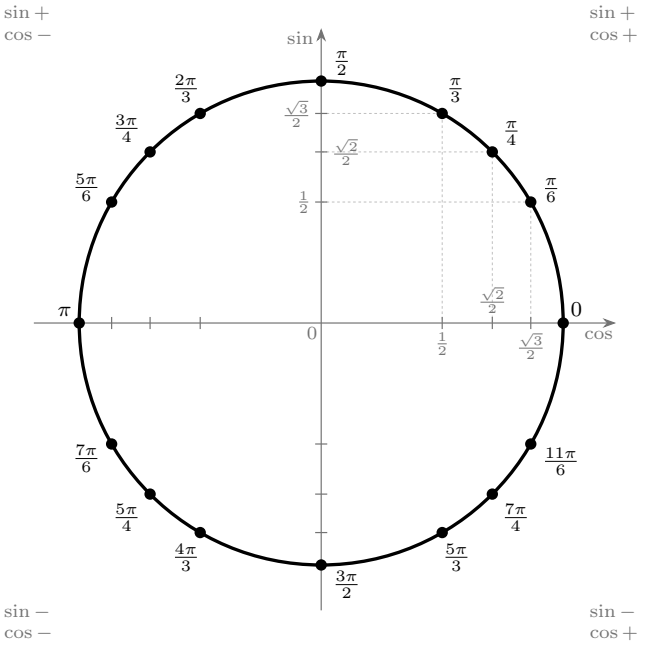
Тригонометрия

tarusovedu.ru

единичная окружность, значения, тождества, формулы приведения и двойного угла

Единичная окружность



Значения

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—
ctg	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Чётность

период: sin, cos — 2π; tg, ctg — π

$$\sin(-x) = -\sin x \qquad \cos(-x) = \cos x$$

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x \qquad \operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$$

Основные тождества

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

Формулы приведения

$\frac{\pi}{2} \pm x$, $\frac{3\pi}{2} \pm x$ — функция меняется: sin ↔ cos, tg ↔ ctg

$\pi \pm x$, $2\pi \pm x$ — функция та же

знак — как у исходной функции в этой четверти, если считать x острым углом

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \qquad \cos(\pi - x) = -\cos x$$

Двойной угол

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

Понижение степени

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \qquad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

Сумма и разность аргументов

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

Простейшие уравнения

$n \in \mathbb{Z}$

$\sin x = a$: $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$ — $|a| \le 1$

$\cos x = a$: $x = \pm \arccos a + 2\pi n$ — $|a| \le 1$

$\operatorname{tg} x = a$: $x = \operatorname{arctg} a + \pi n$ — любое a

Частные случаи

	$= 0$	$= 1$	$= -1$
$\sin x$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\cos x$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$	$\pi + 2\pi n$