



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПО КОШИ

Сформулируйте определение по Коши ... Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией)

КАК УЗНАТЬ

«по Коши», «приведите пример», «геометрическая иллюстрация». Дано, куда стремится x (a , $a \pm 0$, $\pm\infty$, ∞) и чему равен предел (b , $\pm\infty$, ∞)

АЛГОРИТМ

- 1 **Выпиши**, куда стремится x и чему равен предел
- 2 **По таблицам** возьми условие на x (через δ или M) и условие на $f(x)$ (через ε)
- 3 **Собери**: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x$ [условие на x] $\Rightarrow$ [условие на f]. При $x \rightarrow \infty$ вместо δ пиши M
- 4 **Пример**: простая функция с этим пределом, найди $\delta(\varepsilon)$
- 5 **Рисунок**: окрестность значения по y , окрестность точки по x , кусок графика внутри

ПРИМЕРЫ ФУНКЦИЙ

$$\begin{aligned} &= b, x \rightarrow a & f &= x - a + b, \delta = \varepsilon \\ &= \pm\infty, x \rightarrow a & & \pm \frac{1}{(x-a)^2}, \delta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \\ &= \infty, x \rightarrow a & & \frac{1}{x-a}, \delta = \frac{1}{\varepsilon} \\ &= -\infty, x \rightarrow a - 0 & & \frac{1}{x-a}, \delta = \frac{1}{\varepsilon} \\ &= 0, x \rightarrow \infty & & \frac{1}{x}, M = \frac{1}{\varepsilon} \end{aligned}$$

СПРАВКА

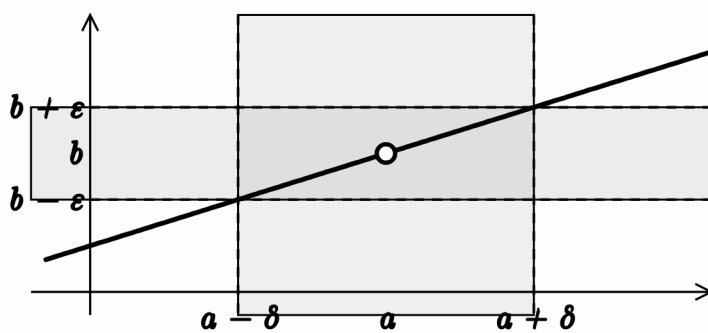
$U_\varepsilon(a) = (a - \varepsilon; a + \varepsilon)$, проколота:

$$0 < |x - a| < \varepsilon$$

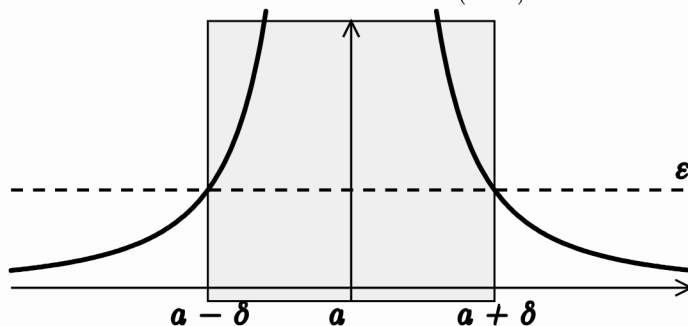
окрестность $+\infty$: $x > M$; $-\infty$: $x < -M$; ∞ : $|x| > M$

РИСУНОК В ТЕТРАДИ

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty, \text{ пример } \frac{1}{(x-a)^2}$$



ОФОРМЛЕНИЕ

- > порядок кванторов строго $\forall \varepsilon \exists \delta \forall x$
- > проколота окрестность: $0 < |x - a|$, точка a не берётся
- > при $f \rightarrow +\infty$ график выше прямой $y = \varepsilon$, при $f \rightarrow -\infty$ ниже $y = -\varepsilon$

$x \rightarrow$ УСЛОВИЕ НА x

$$a \quad 0 < |x - a| < \delta$$

$$a - 0 \quad a - \delta < x < a$$

$$a + 0 \quad a < x < a + \delta$$

$$+\infty \quad x > M$$

$$-\infty \quad x < -M$$

$$\infty \quad |x| > M$$

$f \rightarrow$ УСЛОВИЕ НА f

$$b \quad |f(x) - b| < \varepsilon$$

$$+\infty \quad f(x) > \varepsilon$$

$$-\infty \quad f(x) < -\varepsilon$$

$$\infty \quad |f(x)| > \varepsilon$$

