

ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Вычислить предел числовой последовательности

КАК УЗНАТЬ

$n \rightarrow \infty$, дробь из степеней n и корней:
 $\sqrt{n^3 + \dots}, \sqrt[4]{n^8 - \dots}$. Подстановка даёт $\frac{\infty}{\infty}$

АЛГОРИТМ

- Корни в степени:** $\sqrt[k]{n^m} = n^{m/k}$, в каждом слагаемом
- Главный член** сверху An^p и снизу Bn^q : наибольшая степень
- Сравни p и q :** $p < q$ даёт 0, $p = q$ даёт $\frac{A}{B}$, $p > q$ даёт $\pm\infty$ по знаку $\frac{A}{B}$
- Запиши:** вынеси n^p и n^q за скобки, сократи, остальное $\rightarrow 0$
- Разность корней** $\infty - \infty$: сначала сопряжённое

ПОЛЕЗНО

$$\frac{1}{n^a} \rightarrow 0$$

$$a > 0$$

$$\sqrt{n^2 + n} - n$$

$$= \frac{n}{\sqrt{n^2 + n} + n} \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\frac{a^n}{n^k} \rightarrow \infty$$

$$a > 1$$

СЛАГАЕМОЕ

ГЛАВНАЯ ЧАСТЬ

$$\sqrt{n^3 + 2n^2 + n}$$

$$n^{3/2}$$

$$\sqrt[4]{n^8 - 2n + 1}$$

$$n^2$$

$$\sqrt[3]{n^6 + n}$$

$$n^2$$

$$\sqrt{5n^8 + 6n^3 + n^2}$$

$$\sqrt{5} n^4$$

$$\sqrt{n^4 - 1} + \sqrt[3]{n^4 + 1}$$

$$n^2$$

СПРАВКА

$\sqrt[3]{n^4} = n^{4/3} < n^2$: младший, отбрасывается
 сумма степеней ведёт себя как слагаемое с наибольшим показателем

ОФОРМЛЕНИЕ

- первой строкой вид: $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$
- старшую степень выноси за скобки явно и под корнем: $\sqrt{n^8(\dots)} = n^4 \sqrt{\dots}$
- в ответе ∞ всегда со знаком; 0,1 лучше как $\frac{1}{10}$

